EE1130-08-DSP3

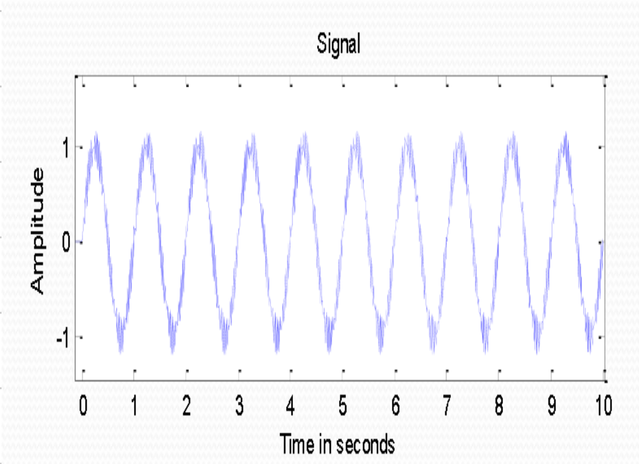
En la clase anterior vimos que de un circuito eléctrico podemos sacar la Ecuación Diferencial que gobierna ese circuito.
Se puede implementar con diagramas de bloque y la respuesta es la misma que si usáramos una aplicación de simulación del circuito eléctrico.

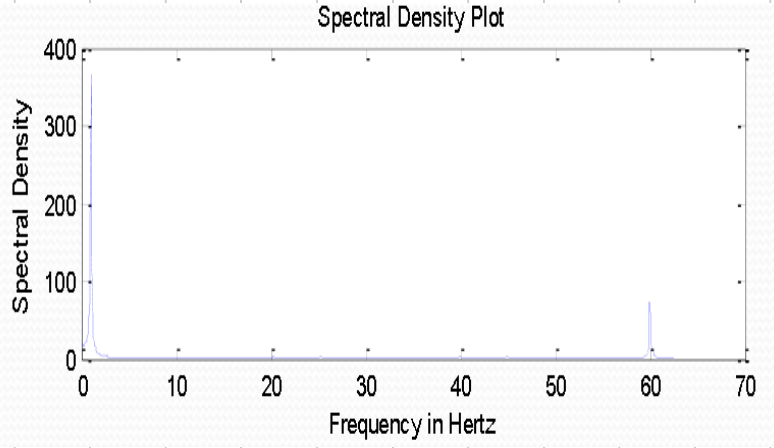
Las Ecuaciones Diferenciales son arduas de tratar, por eso vamos a usar una herramienta que nos va a facilitar tanto el análisis como la sintesis de circuitos eléctricos:

- Analisis: estudiar un circuito ya hecho y ver como se comporta.
- Sintesis: a partir de unas especificaciones, diseñar y construir un circuito.

TRANSFORMADA DE LAPLACE: Es una herramienta que me permite ver las señales en un UNIVERSO PARALELO, que ya no usa el tiempo como variable. Usa las vibraciones!!! Ejemplo: la visión de PREDATOR!!

Ejemplo visual de una señal electrica:



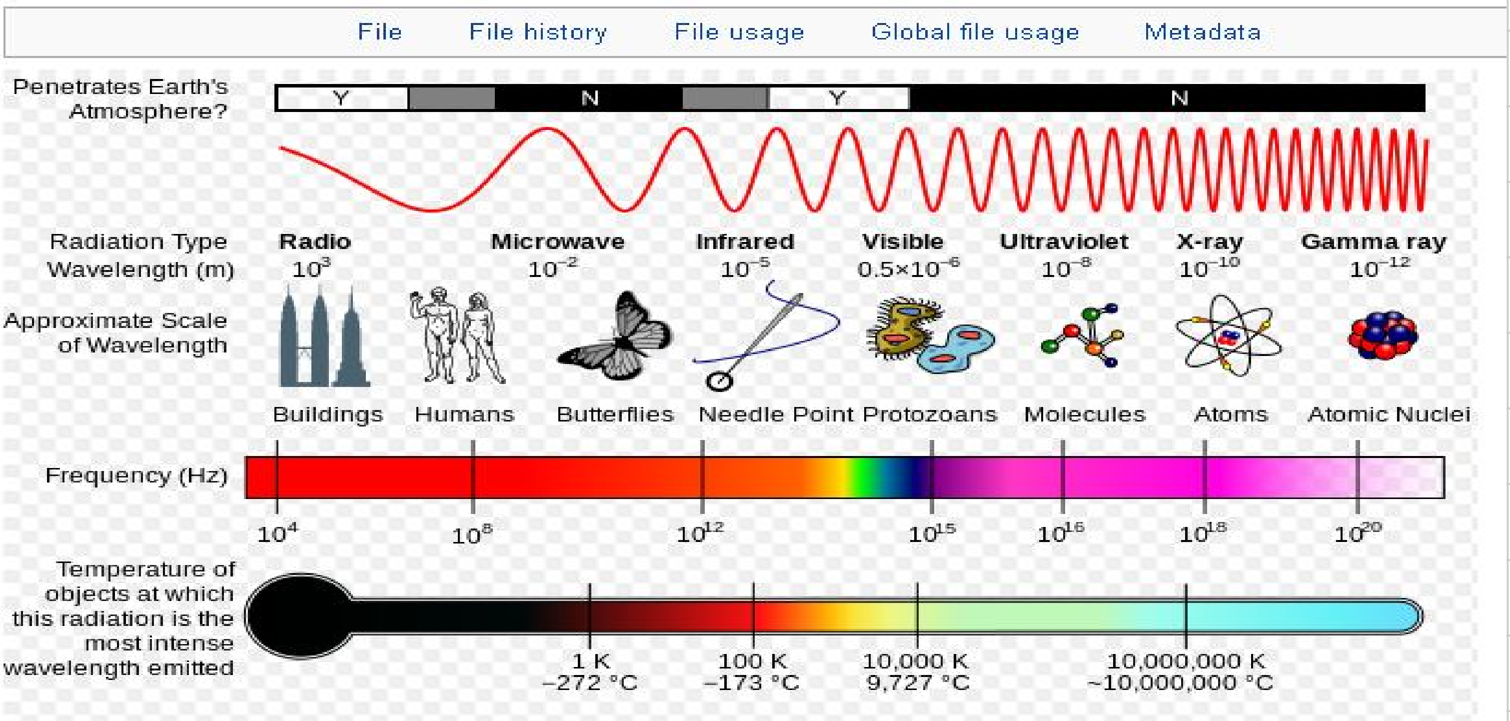


A la izquierda vemos una señal en el tiempo: una sinosoide mal pintada, o sea con un rizado o ruido o no se que!!!
A la derecha vemos la misma señal en el dominio de las vibraciones, y vemos qu e está compuesta de dos componentes solamente: una de amplitud 400 a 1 Hz y otra de amplitud 100 a 60 Hz.

CLARAMENTE LA SEÑAL DE LA DERECHA NOS DA MUCHA MAS INFORMACIÓN QUE LA DE LA IZQUIERDA!!!

La grafica de la derecha se llama Spectro. Porque eran unas rayas que en realidad no sabían de donde venían!!

La Transformada de Laplace nos convierte una señal en el tiempo x(t) en su alias en la frecuencia X(s). Donde s es la nueva variable que representa vibración de una manera bastante compleja, que ustedes aprenderán en Circuitos II.



EM_Spectrum_Properties_edit.svg (SVG file, nominally 675 × 400 pixels, file size: 178 KB)

x(t) se convierte en X(s)
y(t) se convierte en Y(s)

Es lineal x(t)+y(t) se convierte en X(s)+Y(s)
Es homogenea Ax(t) se convierte en AX(s).

LO MAS IMPORTANTE: dx/dt se convierte en sX(s).

$$RC\dot{y} + y = x$$

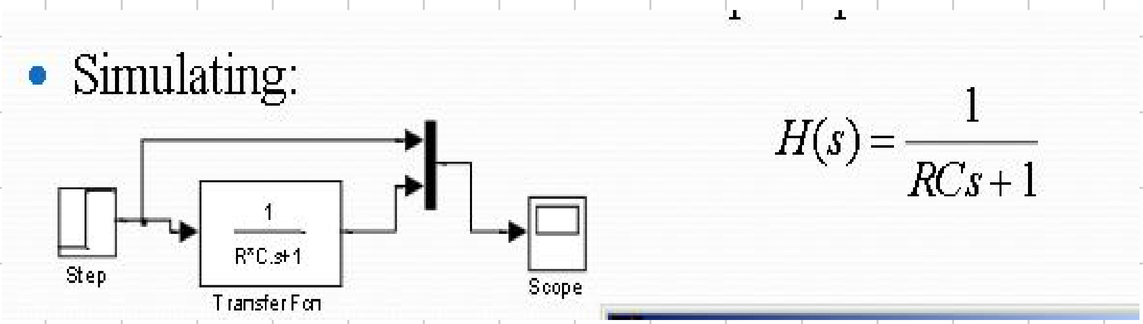
Si aplicamos Laplace a una ecuación diferencial encontramos un resultado sorprendente!!!

RCdy/dt+y(t)=x(t) en Laplace RCsY(s)+Y(s)=X(s)

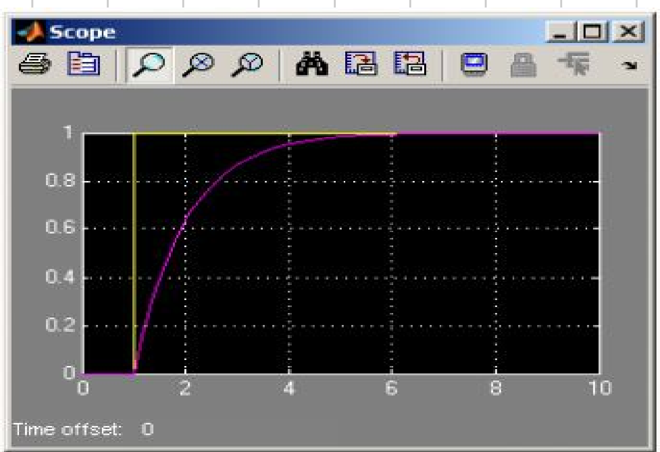
operando: (RCs+1)Y(s)=X(s)
operando más: Y(s) = X(s) / (RCs+1)
TENGO UNA RELACION DIRECTA ENTRE LA ENTRADA Y SALIDA DEL SISTEMA!!

$$\boxed{Y(s) = \frac{1}{RCs+1} X(s)}$$

El factor que multiplica a la entrada X(s) para obtener la salida Y(s) se llama FUNCION DE TRANSFERENCIA H(s)=1/ (RCs+1)



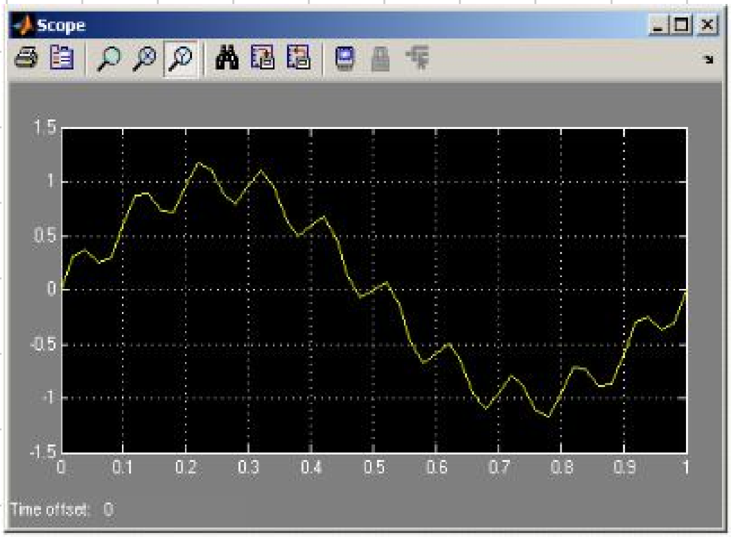
Puedo simular la función de transferencia directamente con Matlab. Me ahorro hacer un diagrama de bloques complicado (como el que simula la Ecuación Diferencial) y solamente necesito un bloque!! La salida es la misma que usando el diagrama de bloques de ayer.



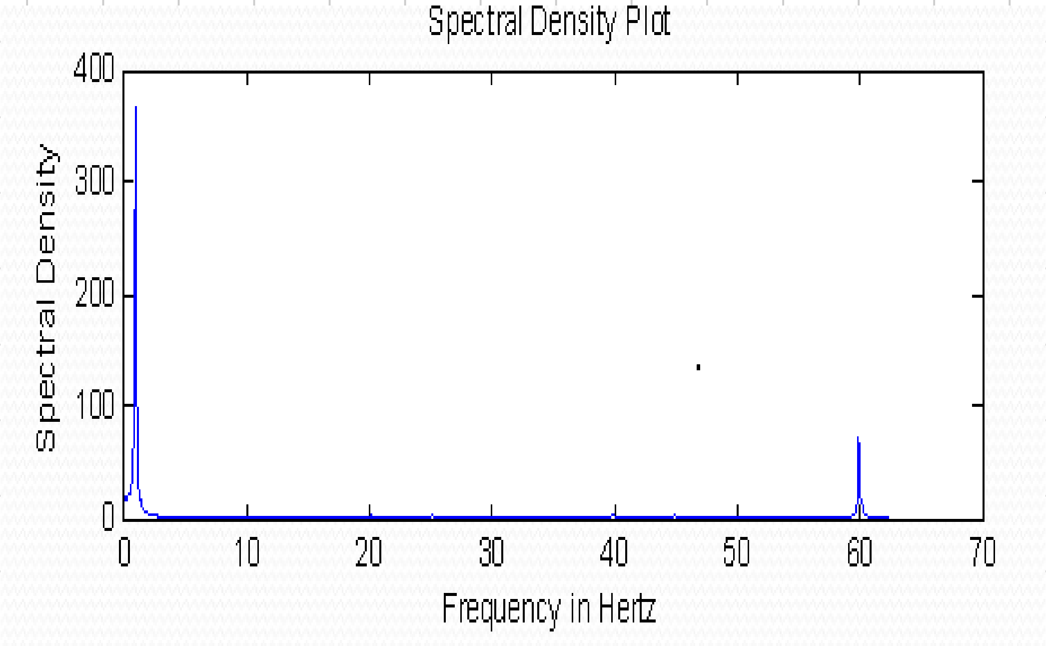
Todavía más!!! Si un ingeniero quiere diseñar un circuito con unas especificaciones, se empieza siempre por la FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA!!

Ejemplo: Me contratan para en una señal con ruido, eliminar el ruido. Para eliminar el ruido vamos a diseñar un sistema o filtro usando la Transformada de Laplace.

La señal a limpiar es esta:



Analizando esa señal con un analizador de espectros, vemos que tiene dos componentes. Una de 1Hz y otra de 60Hz.
El cliente sin saberlo me está pidiendo que elimine la componente de 60Hz y deje sin modificar la componente de 1Hz.



Se usa la TRANSFER FUNCTION PARA ESTO:

- la variable s significa vibración, pero de una manera rara una vibración de 60Hz se representa como s = j*2*pi*60 donde j es raiz de -1.

- Si yo quiero eliminar en la salida 60Hz, H(s) debe ser cero a 60Hz. Eso se consigue poniendo una raiz a esa frecuencia.

H(s) = (s-j*2*pi*60)/denominador.

Hay un problema. Los coeficientes son números complejos!!! Y recuerden que la Función de Transferencia de un circuito RC es
"

$$H(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

Los valores de los coeficientes tienen que ver con ganancias de amplificadores y con valores de componentes.... DEBEN SER NUMEROS REALES!!!

Aplicando un truco matemático yo puedo convertir ese numerador con coeficientes reales solamente:

(s-j*2*pi*60)*(s+j*2*pi*60)=s^2+(2*pi*60)^2.

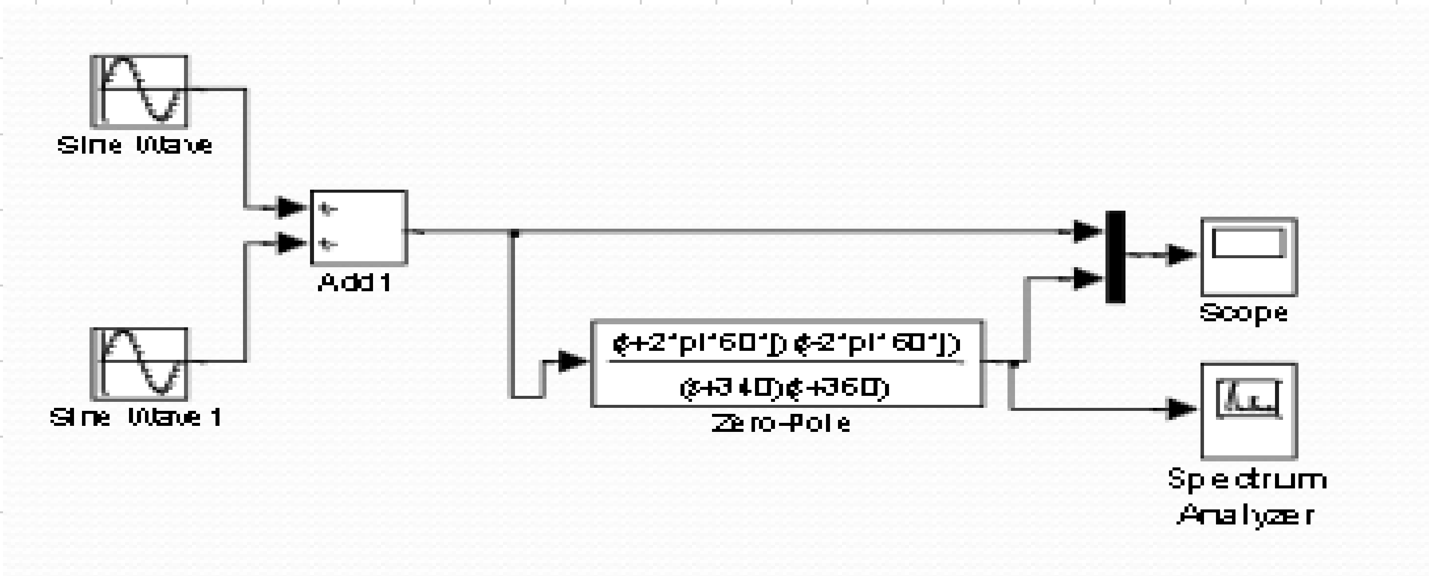
- Por otra parte, si yo quiero mantener en la salida 1HZ sin modificarlo H(s)=1 cuando la vibración de la onda de entrada X(s) tenga 1Hz. Voy a modificar el denominador para que eso ocurra!!! HAY MUCHOS MÉTODOS PARA CONSEGUIR ESTO...

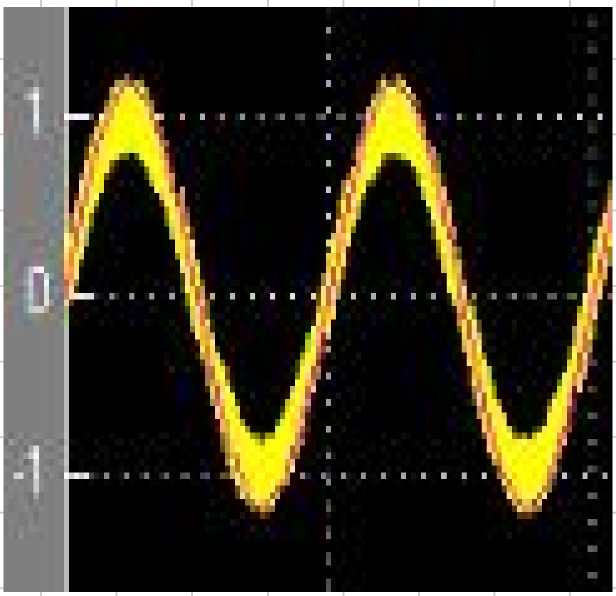
En nuestro caso, se necesita en el denominador las siguientes raices: (s+340)(s+360)

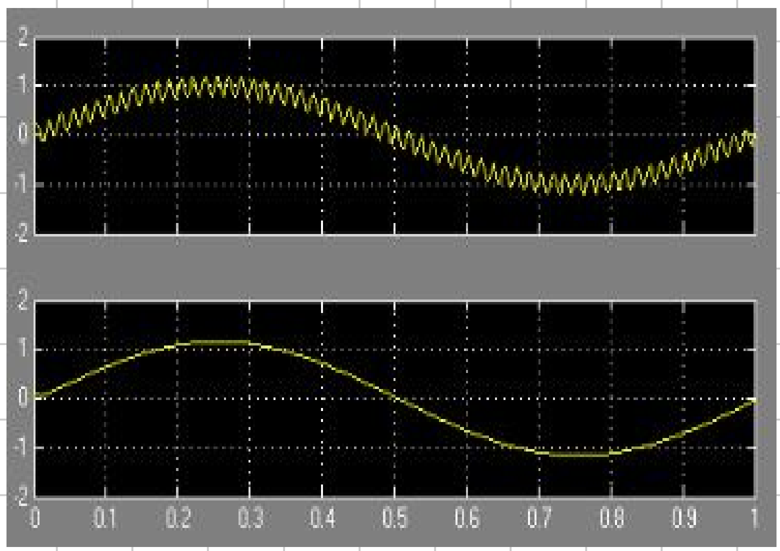
Al final la función de transferencia es:

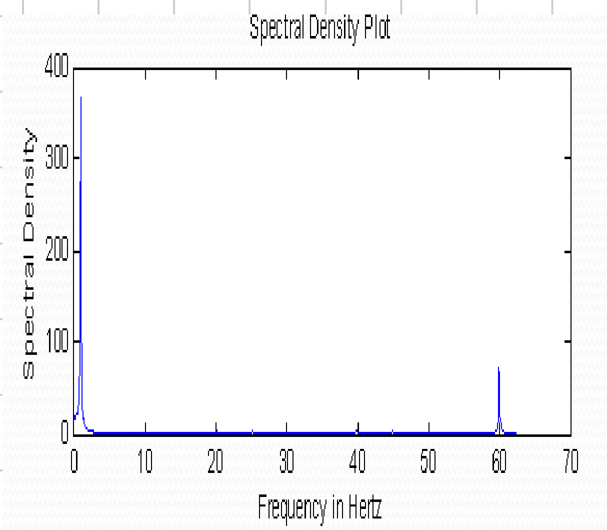
H(s) = s^2+(2*pi*60)^2 / [(s+340)(s+360)]

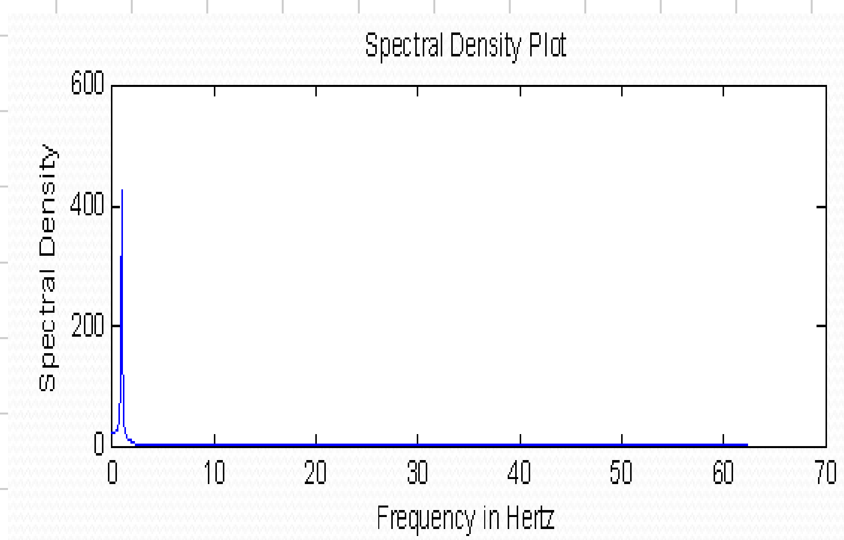
Una vez conseguida la función de transferencia, vamos a simularla a ver si funciona en la simulación y luego veremos como convertimos esa matemática en un circuito de verdad!!











Vemos que la simulación funciona. Ahora hay que construir el circuito eléctronico.

Pero yo solo se construir circuitos RC cuya función de transferencia es H(s) = 1/(RCs+1).

Debo convertir mi H(s) en trozos parecidos a los de un circuito RC.

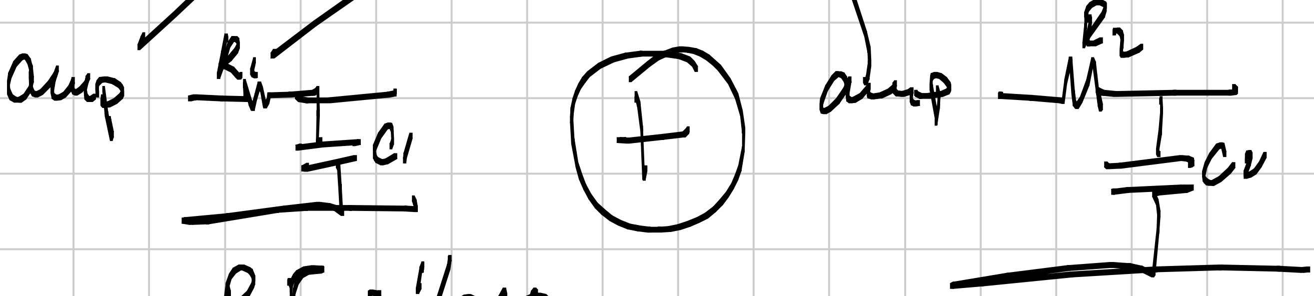
$$H(s) = \frac{s^2 + 4\pi^2 60^2}{(s+340)(s+360)} = \frac{R_1}{s+340} + \frac{R_2}{s+360}$$

Eso se consigue con el truco matemático de FRACCIONES PARCIALES!!!

En nuestro caso particular y luego de operar se obtiene

$$H(s) = \frac{-37.7}{\frac{1}{360}s+1} + \frac{37.9}{\frac{1}{340}s+1}$$

$R_2 \cdot C_2 = 1/340$

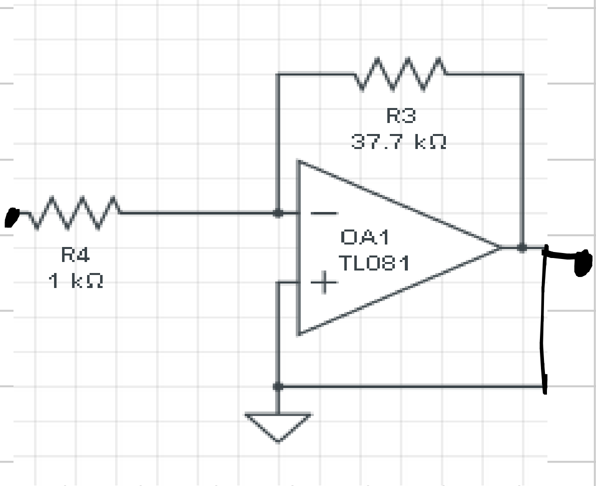


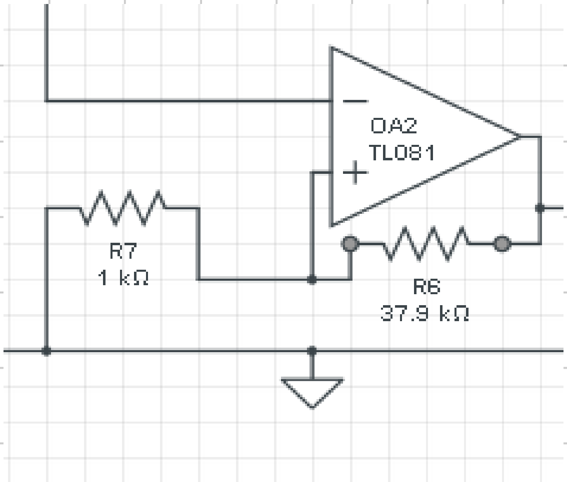
$R_1 C_1 = 1/360$

$R_1 C_1 = 0.028 \begin{cases} C_1 = 1\mu F \\ R_1 = 2k8\Omega \end{cases}$

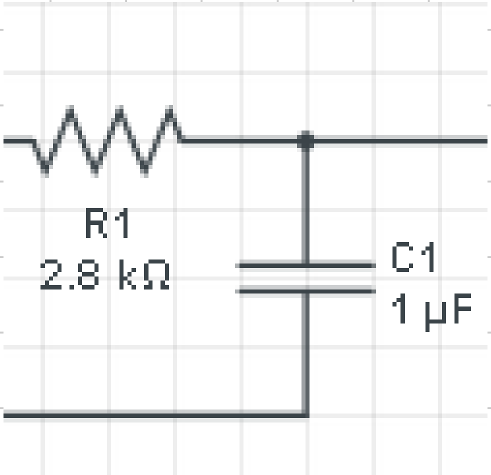
$\begin{cases} C_2 = \mu F \\ R_2 = 2k9\Omega. \end{cases}$

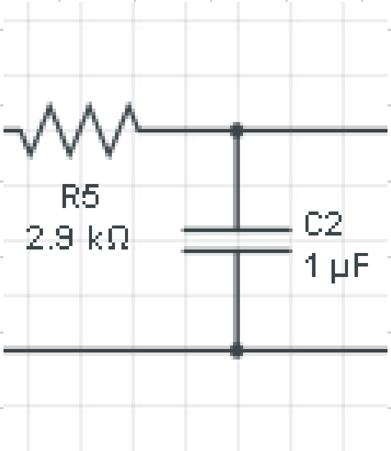
Para obtener las ganancias -37.7 y 37.9 uso una cosa que ustedes van a aprender que se llaman AMPLIFICADORES OPERACIONALES.



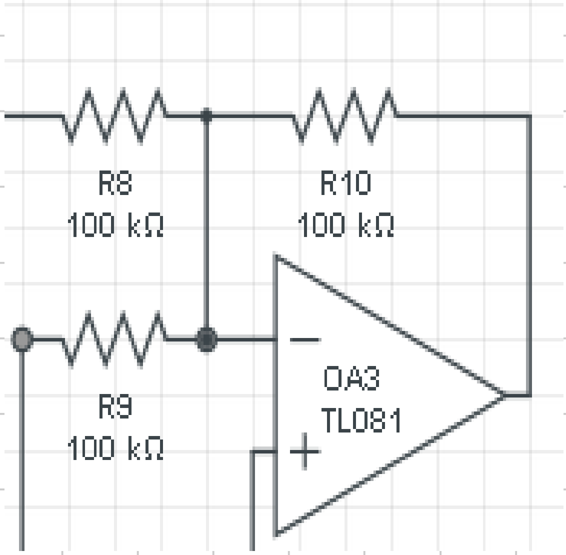


Los modulos RC son:





Para sumar necesitamos un sumador analógico:



El circuito electrónico que satisface la FUNCION DE TRANSFERENCIA arriba indicada es: